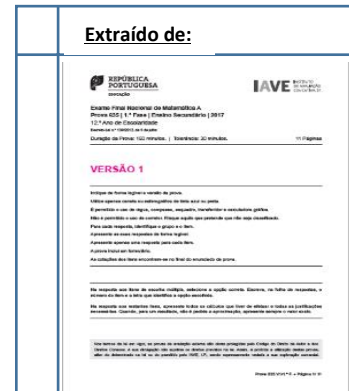


Introdução ao cálculo diferencial II

Funções exponenciais e logarítmicas



Grupo II

(...)

5. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ 3 + \frac{\text{sen}(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

(...)

5.3. Na Figura 4, estão representados, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função g e um triângulo $[OAP]$

Sabe-se que:

- o ponto A é o ponto de abscissa negativa que é a intersecção do gráfico da função g com o eixo das abcissas;
- o ponto P é um ponto do gráfico da função g , de abscissa e ordenada negativas;
- a área do triângulo $[OAP]$ é igual a 5

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abscissa do ponto P

Apresente o valor obtido arredondado às décimas.

Na sua resposta:

- determine analiticamente a abscissa do ponto A
- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação.

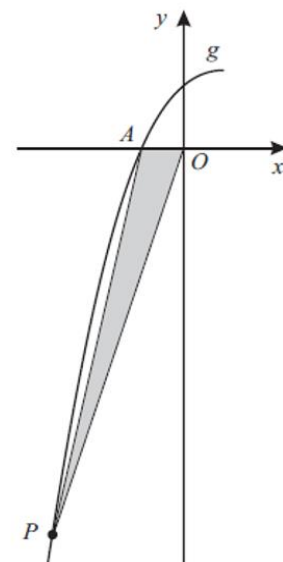


Figura 4



Proposta de resolução



Como o ponto A é o ponto de abcissa negativa ($x < 1$) que é a interseção do gráfico da função g com o eixo das abcissas e tem ordenada nula, começaremos por determinar a abcissa de A. Para tal, é necessário resolver a equação seguinte:

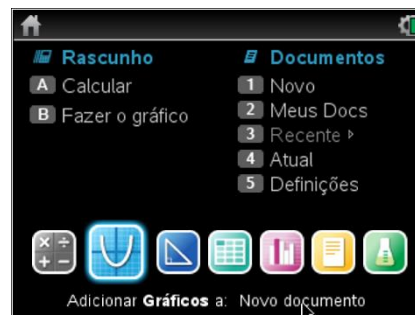
$$\frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm\sqrt{1} \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm 1 .$$

Dado que $x < 1$, então $x = -1$. Assim, temos que $\overline{OA} = |-1| = 1$ e considerando o lado [OA] como a base do triângulo [OAP], a altura é o valor absoluto da ordenada do ponto P, pelo que a área do triângulo é igual a 5, se:

$$\frac{\overline{OA} \times |g(x)|}{2} = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 1 \times |g(x)| = 5 \times 2 \quad \Leftrightarrow \quad |g(x)| = 10 \quad \Leftrightarrow \quad \left| \frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} \right| = 10$$

Como a abcissa do ponto P tem abcissa negativa, pertence ao intervalo $]-\infty, 0[$, representando na calculadora gráfica o gráfico da função f e a reta $y=10$, numa janela coerente com o intervalo $]-\infty, 0[$, poderemos obter o ponto P.

Para a resolução deste tópico utilizámos a unidade portátil TI-Nspire CX. No entanto o procedimento é semelhante para qualquer unidade portátil TI-Nspire (Clickpad, Touchpad ou CX). No menu inicial do TI-Nspire, acessível através da tecla , abre um novo documento (tecla ) ou adiciona uma nova página com a aplicação Gráficos (segundo ícone).



Na linha de entrada, $f1(x)=$ introduz $\left| \frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} \right|$ e prime a tecla **enter**.

Clica de seguida na tecla **tab** e na linha de entrada $f2(x)=$ introduz 10, voltando a premir a tecla **enter**.

Uma vez que a janela de visualização não é a adequada para visualizar o ponto de interseção dos dois gráficos, vamos ter de ajustar a janela clicando em **menu**, **4:Janela**, **1: Definições da janela**.

Em **X Min** coloca -5, em **X Máx:**0, em **Y Min:**0 e em **Y Máx:**15, finalizando com **enter**.

Na janela verás a interseção das duas curvas das quais se pretende determinar a interseção.

Para determinares o ponto de interseção tens de premir **menu**, **6:Analisar gráfico**, **4:Interseção**.

É solicitado o limite inferior (que fica à esquerda do ponto de interseção) que teremos de selecionar clicando em **enter** e posteriormente o limite superior (à direita do ponto de interseção) que selecionamos da mesma forma.

As coordenadas do ponto de interseção surgirão no ecrã, e a sua abcissa aproximada (às décimas) será:

$$x_p \approx -3,3$$

Deverás reproduzir o referencial, os gráficos e as coordenadas do ponto de interseção na tua folha e apresentar a resposta:

A abcissa do ponto **P** é -3,3.

