Introdução ao cálculo diferencial II

Extraído de:

Funções exponenciais e logarítmicas/ Cálculo diferencial

Grupo II

(...)

5. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}_0^+$, definida por $f(x) = x^2 e^{1-x}$

(...)

5.3. Considere, num referencial o.n. xOy, três pontos, A, B e C, tais que:

- os pontos A e B pertencem ao gráfico da função f
- a abcissa do ponto B é maior do que a abcissa do ponto A
- os pontos A e B têm a mesma ordenada, a qual é igual a $1{,}2$
- o ponto C pertence ao eixo Ox e tem abcissa igual à do ponto B

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a área do quadrilátero $[OABC]$, sendo O a origem do referencial.

Na sua resposta:

– reproduza, num referencial, o gráfico da função f no intervalo $[0, 5]$

– apresente o desenho do quadrilátero $[OABC]$

– indique as abcissas dos pontos A e B arredondadas às milésimas;

– apresente a área do quadrilátero arredondada às centésimas.

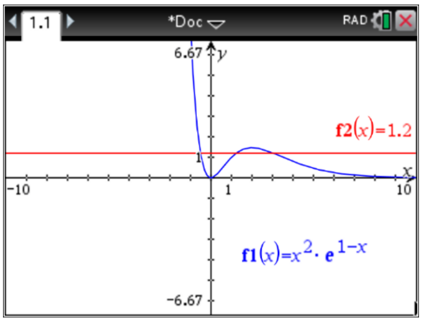
Proposta de resolução

Para a resolução deste tópico utilizámos a unidade portátil TI-Nspire CX. No entanto o procedimento é semelhante para qualquer unidade portátil TI-Nspire (Clickpad, Touchpad ou CX).

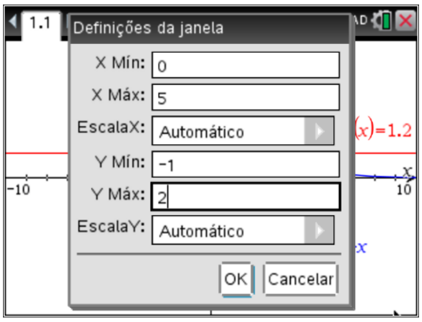
No menu inicial do TI-Nspire, acessível através da tecla [on], abre um novo documento (tecla [1]) ou adiciona uma nova página com a aplicação Gráficos (segundo ícone).

Na linha de entrada, *f1(x)*= introduz $x^2.e^{1-x}$ e prime a tecla [enter].

Clica de seguida na tecla [tab] e na linha de entrada *f2(x)*= introduz 1,2, voltando a premir a tecla [enter].



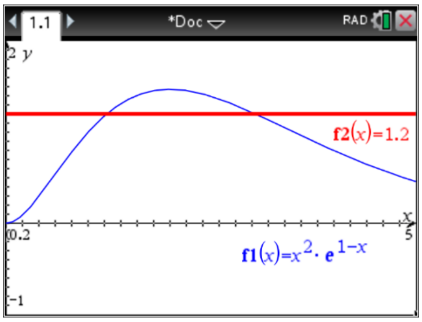
Uma vez que a janela de visualização não é a adequada para visualizar os dois gráficos, vamos ter de ajustar a janela clicando em [menu], **4:**Janela, **1:** Definições da janela.



Em **X Min** coloca 0, em **X Máx**:5, em **Y Min**:-1 e em **Y Máx**:2, finalizando com [enter] .

Na janela verás a interseção das duas curvas das quais se pretende determinar a interseção.

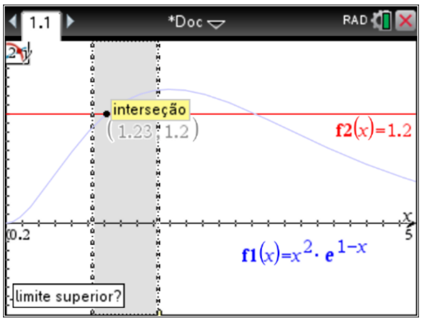
Para determinares os pontos de interseção tens de premir [menu], **6:**Analisar gráfico, **4:**Interseção.



É solicitado o limite inferior (que fica à esquerda do ponto de interseção) que teremos de selecionar clicando em [enter] e posteriormente o limite superior (à direita do ponto de interseção) que selecionamos da mesma forma.

As coordenadas do ponto de interseção surgirão no ecrã, e a sua abcissa aproximada (às milésimas) será:

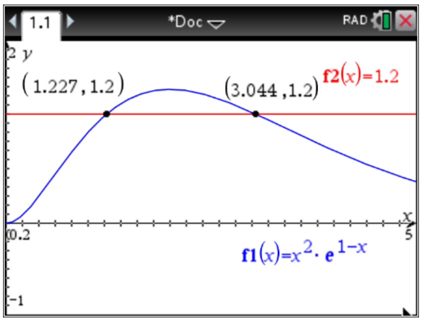
$A \approx 1{,}227$



Deverás repetir o procedimento de forma a determinar o segundo ponto de interseção B.

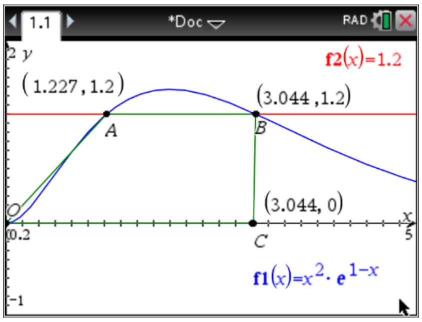
As coordenadas do ponto de interseção surgirão no ecrã, e a sua abcissa aproximada (às milésimas) será:

$B \approx 3{,}044$



Assim, poderás também assumir que a abcissa do ponto C é 3,044, sendo a sua ordenada 0.

Deverás reproduzir o referencial, os gráficos e as coordenadas dos pontos de interseção na tua folha com o arredondamento solicitado.



Posteriormente poderás calcular a área solicitada do quadrilátero [OABC] que é um trapézio.

Desta forma terás as medidas aproximadas da base maior ($\overline{OC} = x_C - x_O \approx 3{,}044 - 0 \approx 3{,}044$), da base menor ($\overline{AB} = x_B - x_A \approx 3{,}044 - 1{,}227 \approx 1{,}817$) e da altura ($\overline{BC} = y_B - y_C \approx 1{,}2 - 0 \approx 1{,}2$), pelo que a área do trapézio [OABC], arredondada às centésimas, é dada por:

$$A_{[OABC]} = \frac{\overline{OC} + \overline{AB}}{2} \times \overline{BC} \approx \frac{3{,}044 + 1{,}817}{2} \times 1{,}2 \approx 2{,}92$$

Deverás apresentar a resposta: “A área do quadrilátero [OABC] é 2,92 u.a.”