

# CALCULS EXACTS

## Compétences visées

Les compétences visées sont proposées à titre indicatif et peuvent être modifiées par le professeur.

- **Chercher** : Valider, corriger une démarche, ou en adopter une nouvelle.
- **Calculer** : Effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument.
- **Communiquer** : Critiquer une démarche ou un résultat.

## Situation déclenchante

On considère les trois nombres suivants :

- Le **nombre A** est l'antécédent positif de  $11 - 2\sqrt{10}$  par la fonction carré.
- Le **nombre B** est la somme suivante composée de 9 termes :  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \dots + \frac{1}{3+\sqrt{10}}$ .
- On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $g(x) = 2 + \frac{1}{4+x}$ . On applique le programme de calcul suivant :
  - On calcule l'image de 2 par  $g$ .
  - On calcule l'image du résultat précédent par  $g$ .
  - Et on répète cette dernière instruction un grand nombre de fois.
  - Le résultat obtenu semble se rapprocher d'un **nombre C**.

Max affirme que les trois nombres A, B et C correspondent au même nombre.

## Problématique : Peut-on confirmer sa conjecture ?

Proposer une méthode qui permettrait de répondre à la problématique.

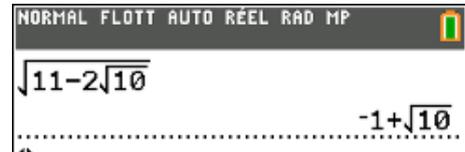


Appeler le professeur

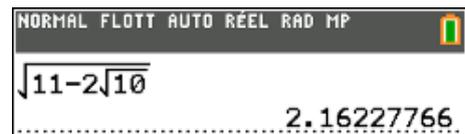
# UTILISER LES FONCTIONNALITES DE CALCUL EXACT DE LA CALCULATRICE

## Proposition de résolution

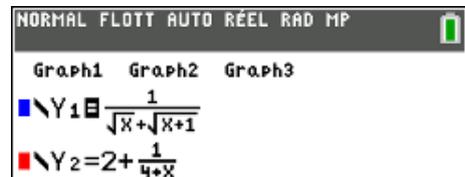
- Le **nombre A** est l'antécédent positif de  $11 - 2\sqrt{10}$  par la fonction carré donc  $A = \sqrt{11 - 2\sqrt{10}}$ . On peut calculer une valeur exacte de ce nombre grâce à la calculatrice.



Le symbole  $\leftrightarrow$  qui clignote sur la deuxième ligne signifie que l'on peut afficher une valeur approchée de ce nombre en appuyant sur la touche  $\leftrightarrow$ .



- On remarque que le **nombre B** est la somme de 9 termes de la forme  $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$  avec x des entiers entre 1 et 9. On peut saisir cette fonction en cliquant sur  $f(x)$ .



**Remarque :** on peut en profiter pour saisir (sans la sélectionner) la fonction g qui nous permettra de déterminer le nombre C.

X	Y1			
1	$-1+\sqrt{2}$			
2	$\sqrt{3}-\sqrt{2}$			
3	$2-\sqrt{3}$			
4	$-2+\sqrt{4}$			

$Y1 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

On fait apparaître un tableau de valeurs de la fonction  $Y_1$  en cliquant sur  $2^{nde}$   $table$   $f5$   $graphe$ .

### Remarques :

Par défaut le pas de la table est 1 mais on peut le paramétrer en utilisant  $2^{nde}$   $déf\ table\ f2$   $fenêtre$ .

On remarque que la calculatrice affiche des valeurs exactes des images. On peut les sélectionner si le résultat n'apparaît pas en entier.

On peut calculer la somme de plusieurs manières :

- méthode possible en 1<sup>ère</sup> : en utilisant le symbole  $\Sigma$  obtenu avec la combinaison de touches  $2^{nde}$   $\frac{\Sigma}{\square}$  puis en cliquant sur  $\Sigma$  dans la fenêtre



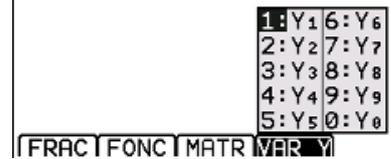
# FICHE METHODE

## SECONDE - PREMIERE

**Remarque :**  $Y_1$  peut être obtenu en appuyant sur **F1** à l'aide de

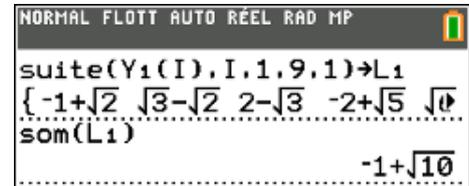


pour obtenir l'onglet ci-contre.



- en utilisant des listes comme ci-contre.

**Première conclusion : On a bien  $A = B$ .**

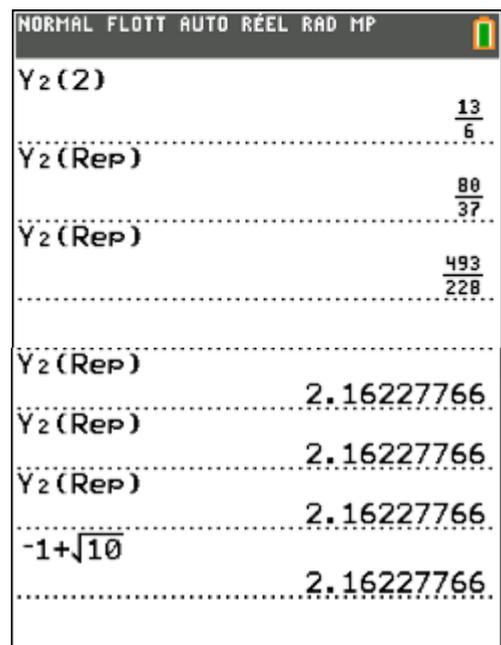


Pour approcher le nombre C :

On calcule l'image de 2 par  $g$  à l'aide de la fonction saisie en  $Y_2$ .

**Rep** permet de rappeler le résultat précédent.

En appuyant ensuite plusieurs fois sur la touche  **entrer**, on remarque que l'on s'approche d'un nombre dont la valeur approchée est la même que les nombres A et B



**Remarques :**

- On aurait aussi pu utiliser un algorithme pour calculer une valeur approchée de C.
- On ne peut pas conclure avec la calculatrice que  $C = A$ . La calculatrice permet ici de conjecturer. La démonstration de cette conjecture nécessite des connaissances de terminale.

**Conclusion :** Les trois nombres A, B et C correspondent au même nombre.

**QRCode**

Pour profiter de tutoriels vidéos,  
Flasher le QRCode ou cliquer dessus !

