Aktivitet 1b: Regnehistorie

Vi tager igen udgangspunkt i en eksamensopgave fra sommeren 2014:

> En regneopskrift består af nogle linjer med en ordre i hver linje.
> Det tal, du får, når du følger en ordre i en linje, skal du regne videre med i den næste linje.
> Herunder er en regneopskrift.
> **1. Vælg et tal.**
> **2. Læg 10 til.**
> **3. Gang med 3.**
> **4. Træk det tal, du valgte i linje 1, fra.**
> **5. Divider med 2.**
> **6. Træk 15 fra.**
>
> 5.1 Hvis du vælger tallet 3 i linje 1, får du 13 i linje 2 og 39 i linje 3.
> Hvilket tal ender du med i linje 6 i regneopskriften, hvis du vælger tallet 3 i linje 1?

Men denne gang prøver vi at løse den i **Noter**: Vi kan selvfølgelig prøve at løse den i hånden, men det er også instruktivt at bruge værkstederne i TI-Nspire CAS. Så vi åbner et noteværksted og skriver instruktionerne, dels som tekst, dels som matematikkommandoer i matematikfelter:

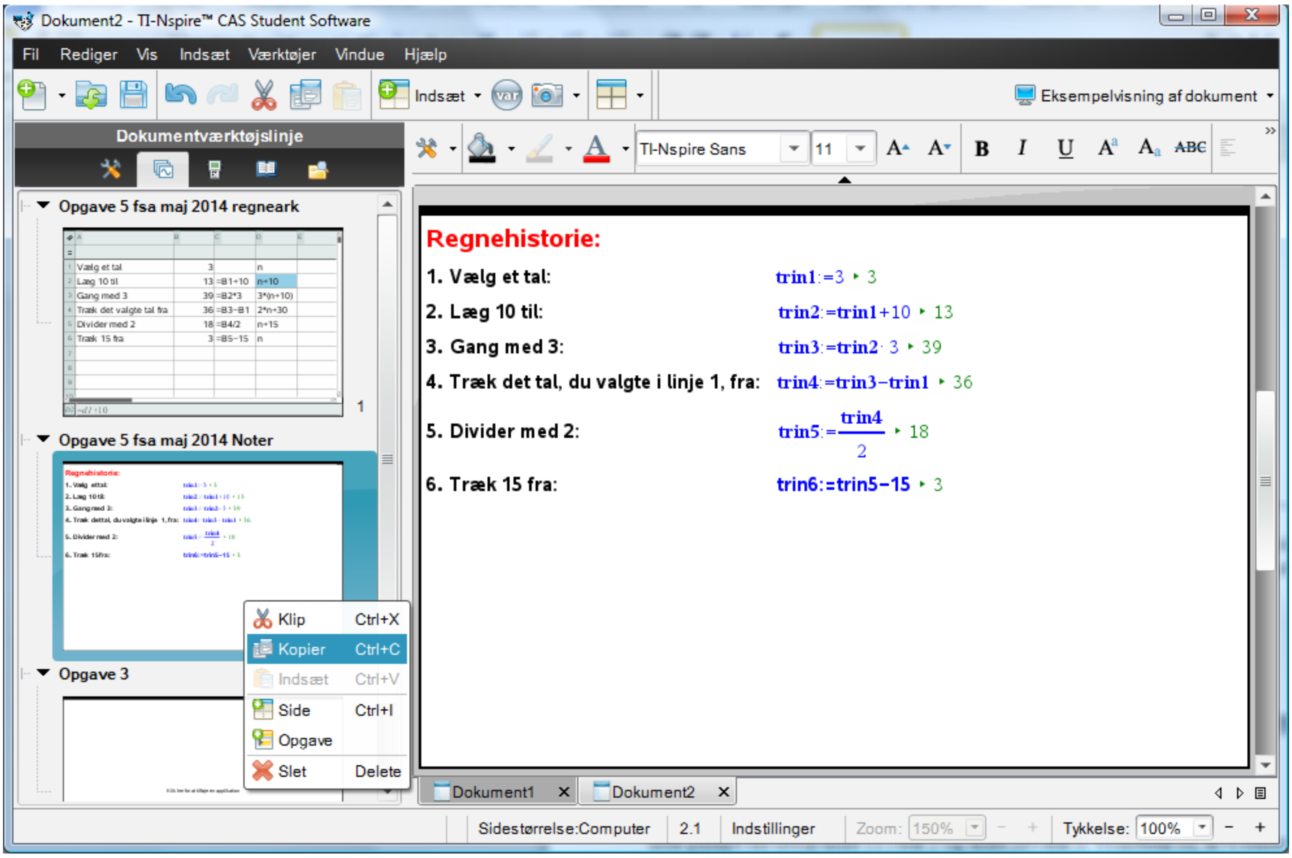
Regnehistorie:

1. Vælg et tal:	$trin1:=3 \blacktriangleright 3$
2. Læg 10 til:	$trin2:=trin1+10 \blacktriangleright 13$
3. Gang med 3:	$trin3:=trin2\cdot 3 \blacktriangleright 39$
4. Træk det tal, du valgte i linje 1, fra:	$trin4:=trin3-trin1 \blacktriangleright 36$
5. Divider med 2:	$trin5:=\frac{trin4}{2} \blacktriangleright 18$
6. Træk 15 fra:	$trin6:=trin5-15 \blacktriangleright 3$

I det første trin kan vi så indsætte tallet 3, og derefter udføre instruktionerne i de følgende matematikfelter som vist! Husk at værdien af et trin defineres med kolon lighedstegn :=. Prøv nu selv ☺

Som påstået fås netop tallet 13 i trin 2 og tallet 39 i trin 3. Vi noterer os, at vi ender med det samme tal som vi startede med! Kan det nu være et tilfælde?

Du kan også vælge andre tal end 3 i linje 1.
5.2 Undersøg, hvilken sammenhæng der er mellem det tal, du vælger i regneopskriftens linje 1, og det tal, du ender med i linje 6.



For at undersøge det tager vi en kopi af regnehistorien og placerer den i en ny opgave, så vi ikke ødelægger eksemplet med talværdien 3 som det tal vi tænker på til at begynde med. Det er nemmest at åbne en ny opgave i sidesortereren og så kopiere notesiden og indsætte den i den nye opgave (Ctrl C - Ctrl V). Læg mærke til, at matematikfelterne skal aktiveres i kopien, så de rent faktisk udregnes. Du kan fx hurtigt løbe gennem dem og taste **Enter** i hvert af matematikfelterne.

Regnehistorie:

1. Vælg et tal:	$trin1:=3 \blacktriangleright 3$
2. Læg 10 til:	$trin2:=trin1+10 \blacktriangleright 13$
3. Gang med 3:	$trin3:=trin2\cdot 3 \blacktriangleright 39$
4. Træk det tal, du valgte i linje 1, fra:	$trin4:=trin3-trin1 \blacktriangleright 36$
5. Divider med 2:	$trin5:=\frac{trin4}{2} \blacktriangleright 18$
6. Træk 15 fra:	$trin6:=trin5-15 \blacktriangleright 3$

Men når det først er gjort kan vi ændre startværdien til fx 6 og se, hvad der så sker:

Regnehistorie:

1. Vælg et tal:	$trin1:=6 \blacktriangleright 6$
2. Læg 10 til:	$trin2:=trin1+10 \blacktriangleright 16$
3. Gang med 3:	$trin3:=trin2\cdot 3 \blacktriangleright 48$
4. Træk det tal, du valgte i linje 1, fra:	$trin4:=trin3-trin1 \blacktriangleright 42$
5. Divider med 2:	$trin5:=\frac{trin4}{2} \blacktriangleright 21$
6. Træk 15 fra:	$trin6:=trin5-15 \blacktriangleright 6$

Vi ser da netop, at slutresultatet igen bliver 6. Prøv selv med andre tal: Resultatet bliver hver gang det samme som vi startede med ☺ Hvordan kan vi nu forstå det? I stedet for at indsætte et konkret tal, fx 3 eller 6, kan vi indsætte et symbolsk tal, som *n*, en variabel, der kan stå for alle de mulige værdier.

Regnehistorie:

1. Vælg et tal:	$trin1:=n \blacktriangleright n$
2. Læg 10 til:	$trin2:=trin1+10 \blacktriangleright n+10$
3. Gang med 3:	$trin3:=trin2\cdot 3 \blacktriangleright 3\cdot(n+10)$
4. Træk det tal, du valgte i linje 1, fra:	$trin4:=trin3-trin1 \blacktriangleright 2\cdot n+30$
5. Divider med 2:	$trin5:=\frac{trin4}{2} \blacktriangleright n+15$
6. Træk 15 fra:	$trin6:=trin5-15 \blacktriangleright n$

Jo, det virker: Hvis vi tænker på et vilkårligt tal *n*, så ender vi med det samme tal *n*. Men vi kan også se, hvorfor det virker:

I første trin tænker vi på et tal:	n
I andet trin lægger vi 10 til og får derfor tallet:	$n+10$
I tredje trin ganger vi resultatet med 3 og får:	$3\cdot(n+10)=3\cdot n+30$
(hvor vi har ganget ind i parentesen)	
I fjerde trin trækker vi det tal fra, som vi tænkte på:	$2\cdot n+30$
(idet $3\cdot n-n=2\cdot n$)	
I femte trin dividerer vi med 2 og får tallet:	$n+15$
(idet begge leddene skal halveres)	
I sjette trin trækker vi 15 fra resultatet og finder netop:	n

Det hænger altså godt sammen ☺

Fire elever fra 9. A bruger bogstavet n til at skrive hver sit regneudtryk, der skal vise beregningerne i regneopskriften øverst.

Anton: $\frac{(n+10)\cdot 3-n}{2}-15$

Miriam: $\frac{n+10\cdot 3-n}{2}-15$

Haider: $(n+10)\cdot 3-n:2-15$

Rune: $((n+10)\cdot 3-n):2-15$

To af elevernes regneudtryk passer ikke med regneopskriften.

5.3 Hvilke to elevers regneudtryk passer ikke med regneopskriften? Du skal begrunde dit svar.

Her er regnehistorien altså komprimeret til et enkelt regneudtryk. For at finde ud af hvilken værdi de enkelte udtryk repræsenterer, indskriver vi dem i et matematikfelt præcist som de står med brøkskabeloner og parenteser med den ene undtagelse at divisionstegnet kolon : erstattes af skråstregen / (der igen automatisk laves om til en rigtig brøk).

$$\text{Anton: } \frac{(n+10)\cdot 3-n}{2}-15 \;\blacktriangleright\; n$$

$$\text{Miriam: } \frac{n+10\cdot 3-n}{2}-15 \;\blacktriangleright\; 0$$

$$\text{Haider: } (n+10)\cdot 3-\frac{n}{2}-15 \;\blacktriangleright\; \frac{5\cdot n}{2}+15$$

$$\text{Rune: } \frac{(n+10)\cdot 3-n}{2}-15 \;\blacktriangleright\; n$$

Vi ser da, at Miriam og Haider har fejl i deres udregninger, idet de ikke får det forventede resultat.

Sammenligner vi Miriam med Anton kan vi se, at Miriam glemmer at det er hele resultatet n+10 af det første trin, der skal ganges med 3 og ikke kun tallet 10.

Sammenligner vi Haider med Rune kan vi se at Haider glemmer at det er hele resultatet af det fjerde trin, der skal halveres og ikke bare *n*. Når han forsøger at skrive det op uden brøkstreger skal han altså være meget omhyggelig med sine parenteser ☺