矩阵作用下的图形变换

一节数字化数学活动课的设计

华师大第二附属中学　　王明玉

《上海市中小学数学课程标准》在“学习内容与要求”中对开展数字化数学活动（简称 DIMA）提出了要求，在“课程理念”中谈到应在现代信息技术的背景下，对数学课程内容进行必要的调整和更新，同时进行体系结构的创新，加强内容与信息技术的整合；大力拓宽数学学习的渠道，促进数字化学习的开展，推动学习方式的转变；在“设计思路”中提及大力推进基于现代信息技术的数字化数学活动，建立以计算机、计算器为支撑、拥有智能软件和丰富课件、连接信息网络的 DIMA 平台。利用 DIMA 平台，改善数学内容的处理方式和呈现方式，让学生在计算机（器）环境下自主学习，进行试验、探索和研究，完善学生的学习方式。在“课程实施”中指出应充分利用数字化课程资源和信息化环境，构建数字化数学活动软件库。可见，在二期课改实施过程中，将课程与信息技术整合，设计数字化数学活动，是每一位教师要面对和研究的问题。

数字化数学活动的设计应以课程内容为主，是为解决课程内容的难点服务，有利于知识的呈现，有利于学生的学习与讨论。

在《拓展型课程教材》（高二年级）中设计了一个研究课题——平面图形的矩阵变换。这个课题可以让初学矩阵的学生感到矩阵并非遥不可及，除了用于解方程组，有些作用也是高中生可以研究的。同时，在研究过程中与坐标系的平移变换和旋转变换作对比更能深刻理解点变换与坐标变换之间辩证统一的关系。

为了研究通过矩阵作用后图像是如何变化的，需要做出变化后的新图像，以便观察探索。但在研究时避免不了要计算点的坐标，这个过程繁杂、枯燥，只是不断重复的运算，算好新的点的坐标有许多数字标在坐标系上并不方便，既耗时又容易打击学生探究的积极性。做图不是课题的重点，却要耗费大量的时间，实在是浪费，如果能够利用计算器，将这个过程代劳，比将提高研究的效果和效率。考虑到这些，我们觉得可以利用图形计算器结合相关内容设计一个数字化数学活动。下面谈谈具体的设计想法。

一、标题设计

本次活动的标题为“学习主题：平面图形的矩阵变换”。

“学习”两字体现了数字化数学活动的设计要为学生的学服务，仍要坚持以学生为主体，为学生提供动手、动口、动脑的时间和空间，安排学生提问、质疑、讨论、交流、反思、总结，促进学生主动发展。“平面图形的矩阵变换”提示了活动设计的内容。

二、目标设计

本次活动的目标设计如下：

1．知识与技能：1）了解图形变换和坐标变换之间的关系；

2）掌握矩阵作用下平面图形的旋转变换和轴对称变换；

3）掌握与学习主题相关的图形计算器的操作技能。

2．过程与方法：1）体会化归和从特殊到一般的数学思想方法；

2）经历探究问题，解决问题以及交流合作的过程。

3．情感态度与价值观：在互相帮助，合作探索中体验探究的乐趣和成功的自豪。

数字化数学活动是教学活动的一种形式，在知识与技能、过程与方法、情感态度价值观方面也需有预期的目的，在设计目标时应结合数字化活动的特点来进行。本次活动除了对知识方面有要求，由于有图形计算器作为活动的辅助工具，相关的操作技能是不可以忽视的。否则，必定会影响研究的进程和效果。在研究的过程中，活动的平台特别有利于学生的交流讨论，所以组织学生作有效的交流也是目标之一，有效的交流是有效研究的保证。活动的形式在情感态度价值观方面会产生多方面的辐射效应。除了在知识技能上能集合更多的思维，融汇更广的知识外，在思维方式、观察能力、个性发展、学习习惯、人际交往等方面都会有所影响，让学生在研究学术问题时，情感态度价值观上也能健康的发展，不仅仅满足学习知识的要求、符合学科德育的潮流，更重要的是让学生学会为人、处事、创新、贡献。因此我们在设计活动，组织学生参与活动时希望达到哪些目标，结合活动的内容和特点，精心设计。

三、重点难点设计

本次活动的重点难点设计如下：

学习重点：

1．平面图形的旋转变换矩阵；

2．平面图形的轴对称变换矩阵。

学习难点：

平面图形的轴对称变换矩阵的探求

数字化数学活动的目的是为了让学生更好的学习知识，所以活动本身应该是容易参与的，学生乐于参与的，并且有助于对知识的理解。由于数字化数学活动往往与计算机或计算器相联系，所以学习一些操作技能是不可避免的，但操作要求不应很难很复杂，如果操作的难度比知识本身的难度要高，那就本末倒置了，这样的活动是失败的，所以数字化数学活动重点难点的设计应有学科知识来决定。

四、过程设计

为引导学生有目的、有次序的研究宣转变换和轴对称变换，本次活动在做好活动准备的基础上，以问题为驱动，利用 TI83-plus 图形计算器，组织学生通过交流讨论来理解掌握问题的关键。

1. 活动准备

1）知识准备：学生需要了解平面上的图形是由点组成的，而在给定的平面直角坐标系中，点与坐标(x, y)一一对应。如果改变图形上点的坐标，那么图形的形状、大小和位置也会发生相应的改变。在改变的过程中何为变换矩阵，何为点的像，何为图形的像。

2）计算器准备：在研究变换时需要一些简单的图形，教材选择依次连接一些点构成的图形作为未来变换的对象。我们可以选择教材中的图形，老师也可给一些图形，但如果能够让学生自己设计一些点，体会依次连接形成图形的过程，不仅可以鼓励学生探究，加强学生的体验，对理解图形、点与坐标的关系更感性，更深刻。为了实现这个目的，设计程序 SAVEA 实现将选择点的横、纵坐标构成的矩阵（不妨称为图形矩阵）输入计算器，由图形计算器顺次连接这些点并呈现最后形成的图形。若图形矩阵为$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 4.5 & 4 \\ 1 & 1.5 & 2 & -0.5 & 1.5 \end{pmatrix}$，将矩阵数据输入图形计算器矩阵$A$中，运行程序 SAVEA，观察图形，如图 1：

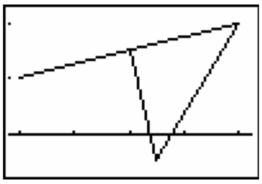


图 1

按 **r** 键结合 **|** **~** 可观察到矩阵A中记录的各点的坐标，如图 2~图 5：

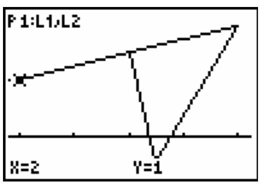


图 2

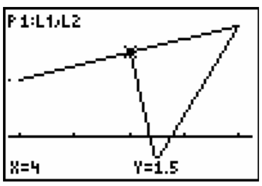
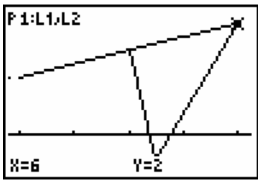


图 3



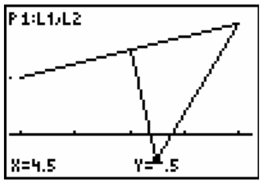
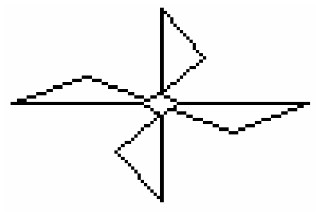
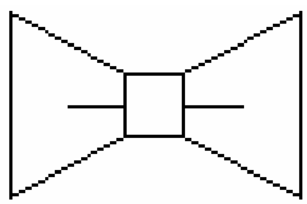
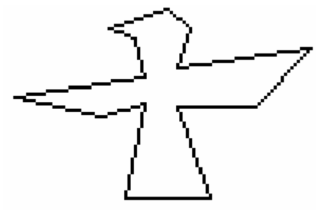
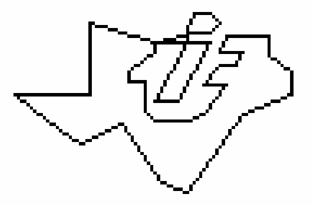
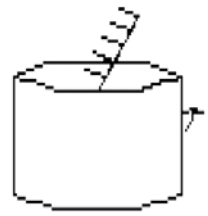
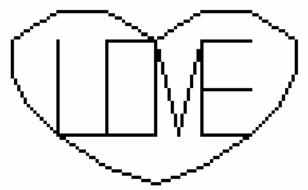
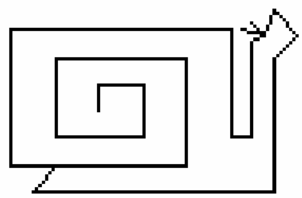
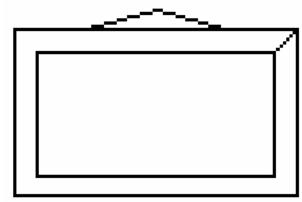
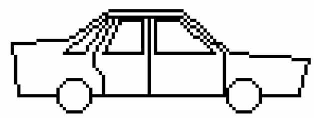
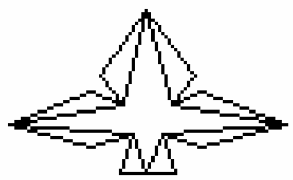
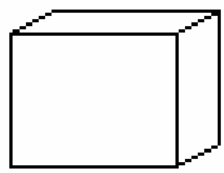
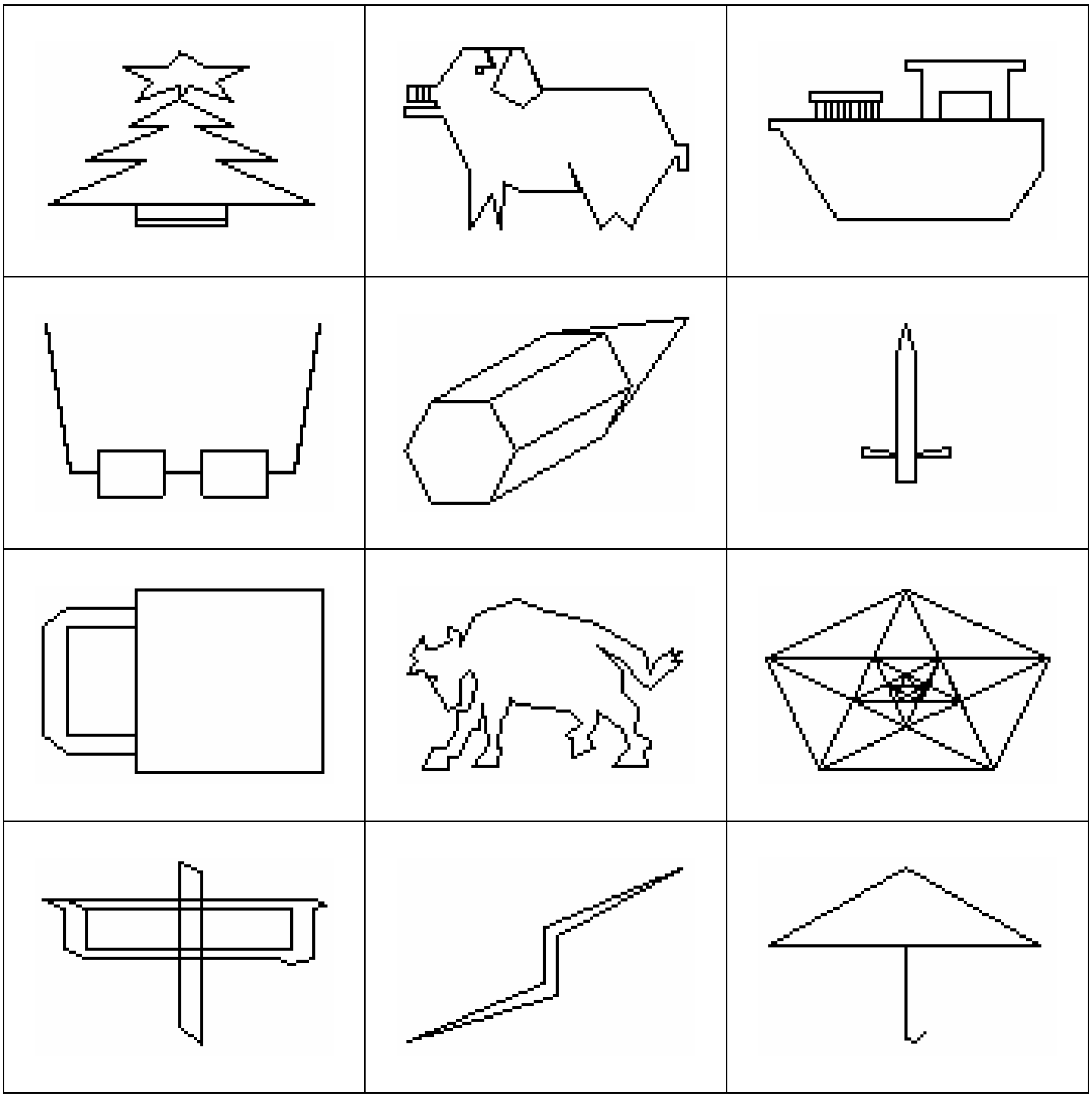


图 4　　　　　　　　　　图 5

除了程序 SAVEA 外，为了输入变换矩阵变程 INPUTC，为了观察经过矩阵作用后图形的像编程 DRAW。

3）学生准备：利用图形计算器设计一些图形，以下是一些学生的设计：

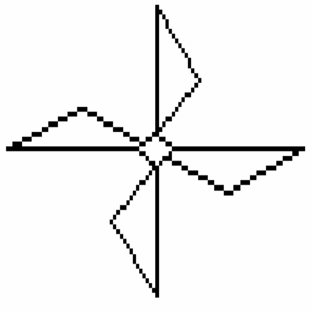
		
		
		
		

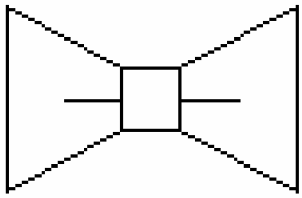


在这个活动中明显感觉到学生的态度，也可观察到学生的个性，总的来讲学生的参与度是不错的，特别是有些平时数学成绩不好，在数学学习中少有成功体验的学生，在设计的过程中体验到了参与研究的快乐。当然，也会发现有些学生对此兴趣不大，觉得没有难度，数学味道不浓，也让老师感到再设计书记化数学活动时一定要注意数学学习的有效性，这种活动不同于游戏、娱乐。

2．问题设计

问题一：画下列图形还有其他方法吗？





这两张图从学生的作品中选出，让设计的同学很有荣誉感，并且来源于活动过程的问题更能让学生体会到问题的实际性，有问题一引发学生思考如何结合图形的特征做图，引出研究的主题：旋转变换和轴对称变换。

问题二：点 $p\,(x,y)$ 绕原点旋转 θ 角后的点为 $p'\,(x',y')$，如何用点 p 的坐标表示 p' 的坐标？

学生讨论：

由于学生已掌握坐标系的旋转公式 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$，所以部分学生认为这就是用点 p 的坐标表示 p' 的坐标的结果，或者 $\begin{cases} x' = x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' = -x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases}$。而有的学生认为这是坐标系的旋转公式，与点的旋转不一样。还有的学生提出坐标系旋转和图形的旋转是一种相对运动，图形上的点旋转 θ 角，相当于坐标系旋转 $-\theta$ 角，因此，用点 p 的坐标表示 p' 的坐标的结果应该是 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$。

教师组织：

老师可以建议学生选择一个角度，利用计算器观察一下结果，判断一下上述说法的正确性如何，或者是否还有新的看法。

学生活动：

1．不妨取 $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ 选择一个图形（如图 6）开始研究。

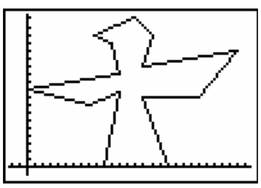


图 6

2．观察说法一的结果。运行程序 INPUTC 将变换矩阵$\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{4} & \sin\frac{\pi}{4} \\ -\sin\frac{\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$输入图形计算器。运行 DRAW 显示结果，如图 7。可以发现图像旋转了$-\frac{\pi}{4}$。再看说法三的结果。运行程序 INPUTC 将变换矩阵$\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{4} & -\sin\frac{\pi}{4} \\ \sin\frac{\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$输入图形计算器。运行 DRAW 显示结果，如图 8。事实上说法三的依据是科学的，而且这点学生比较容易接受，通过图形计算器辅助观察，就更形象的感受到点的旋转于坐标旋转的关系。

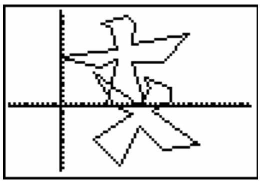


图 7

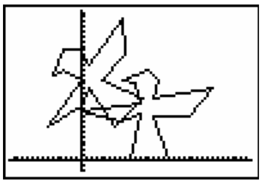


图 8

在学生初步认识点的变化与坐标系的变化之间的关系后，进一步研究新的图形变换即旋转变换。

问题三：将点 $p\,(x,y)$ 关于 y 轴实施对称变换时，对应的变换矩阵是什么？

学生讨论：

点 $p\,(x,y)$ 关于 y 轴的对称点 $p'(-x,y)$，所以 $x'=-x$， $y'=y$，变换矩阵是

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

教师组织：

请同学利用图形计算器观察一下结果是否如与其所料。可以请学生上台演示给大家看。

学生活动：

输入矩阵观察结果，如图 9。

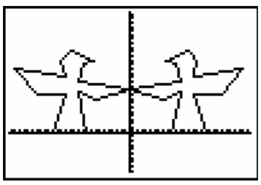


图 9

通过对这个问题的探究，学生初步体会实施轴对称变换时变换矩阵的形式，

可以进一步让学生思考如果对称轴是 x 轴或者直线 $y=x$ 时变换矩阵的形式，巩固理解。

问题四：点 $p\,(x,y)$ 关于直线 $y=kx$ 实施轴对称变换时，变换矩阵是什么？

教师组织：

这个问题是本节课的难点，教师可鼓励学生讨论，多请些学生发表意见，集思广益，由于前面的活动，矩阵与图形的变换之间的关系学生已有一定理解，在通过集体的思、言、辩，以及边想边在图形计算器上试验，学生是可以解决的。老师要组织好学生讨论，点评好学生的想法，激发学生思考的热情。

学生活动：

学生通过讨论和试验能够提出几种做法，归纳起来主要有两种思路。

方法一：直接探索点 $p\,(x,y)$ 关于直线 $y=kx$ 实施轴对称变换时变换矩阵的形式。

设点 $P\,(x,y)$ 关于直线 $y=kx$ 的对称点 $P'\,(x',y')$，则由 $\begin{cases}\dfrac{y+y'}{2}=k\dfrac{x+x'}{2}\\ \dfrac{y-y'}{x-x'}k=-1\end{cases}$ 可得

$\begin{cases}x'=\dfrac{1-k^2}{1+k^2}x+\dfrac{2k}{1+k^2}y\\ y'=\dfrac{2k}{1+k^2}x+\dfrac{k^2-1}{1+k^2}y\end{cases}$，所以变化矩阵 $C=\begin{pmatrix}\dfrac{1-k^2}{1+k^2} & \dfrac{2k}{1+k^2}\\ \dfrac{2k}{1+k^2} & \dfrac{k^2-1}{1+k^2}\end{pmatrix}$

方法二：通过合理的化归，将未知的问题转化为已知的问题来解决。利用特殊的轴对称变换结合旋转变换探求所求的变换矩阵

1）特殊的轴对称变换

A．对称轴为 y 轴时 $C=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

B．对称轴为 x 轴时 $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$

C．对称轴为直线 $y=x$ 时 $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

2）以对称轴是直线 $y=\sqrt{3}x$ 为例，结合旋转变换探求变换矩阵 C

（1）将图形和对称轴逆时针旋转$\frac{\pi}{6}$，变换矩阵$C_1=\begin{pmatrix}\cos\frac{\pi}{6} & -\sin\frac{\pi}{6}\\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6}\end{pmatrix}$，如图10，此时对称轴与$y$轴重合；

（2）将图形关于y轴作对称，变换矩阵$C_2=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，如图11；

（3）将图形和对称轴顺时针旋转$\frac{\pi}{6}$，变换矩阵$C_3=\begin{pmatrix}\cos(-\frac{\pi}{6}) & -\sin(-\frac{\pi}{6})\\ \sin(-\frac{\pi}{6}) & \cos(-\frac{\pi}{6})\end{pmatrix}$，如图12，此时对称轴回到初始位置。

注：结合上述分析，我们只需变换图形即可

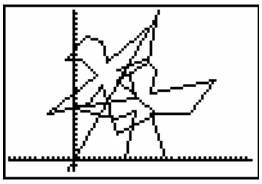


图 10

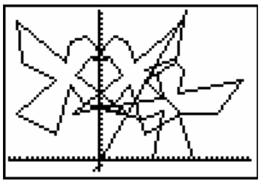


图 11

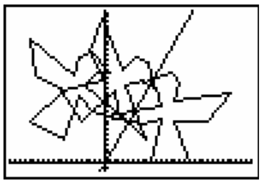


图 12

综上所述，本例的变换矩阵$C=C_3C_2C_1=\begin{pmatrix}\cos\frac{\pi}{3} & \sin\frac{\pi}{3}\\ \sin\frac{\pi}{3} & -\cos\frac{\pi}{3}\end{pmatrix}$

问题五：（课后探究）

1．点$p\,(x,y)$关于直线$y=kx+b$实施轴对称变换时，变换矩阵是什么？

2．经过矩阵对点的变换，图像还会发生哪些变化？

这个问题是在课堂讨论的基础上进一步一般化，该问题的设计是为了让学生课后可以继续研究，也引导学生思考自己还可以提哪些问题。课堂上知道是什么，为什么，课后再想想还有什么。

五、反思与体会

1．数字化数学活动为学生的学提供更加直观、个性化的探索空间。

图形的变换是很直观、生动的。只是要表现这种生动受到计算的影响。这里利用计算机或者计算器能够解决计算的问题，提高了研究问题的效率。在我们构建的平台中，学生的活动是有层次的。学生可以选择个人尝试，进而形成小组讨论。每个学生自己的想法都可以在活动环境下来实行。比如在研究轴对称变换时，方法一、方法二中的变换思路在学生的探究过程中都有出现，学生可以尝试自己的想法，互相比较、探讨。

2．数字化数学活动是激发学生的学习热情的一种有效手段。

希尔伯特说过数学是制造快乐的游戏，这种快乐不是舞台上的，也不是老师示范后做出来的，而是从学生健康的心里流淌出来的。如果能用愉快的环境唤醒学生的经验，让学生在愉快的心境中体验，在体验中领会知识，是一件非常美妙的事情。心境愉快并不意味着问题简单，而在于身处探索的平台上，一个学习的精灵能够获得积极解决问题的体验，成功固然是好的，失败时也不会无从下手，有再去尝试的突破口和愿望。搭建良好的有挑战的数字化数学活动平台，鼓励学生利用它积极探索，是一种很好的形式。

3．数字化数学活动的设计仍有待探索。

数字化现在已经是一个大家很熟悉的词，如数字化时代，数字化城市，数字化学校，数字化课堂。数字化的主要依托是信息和网络技术。现在，在上海这样一个国际化大都市，创设一个数字化的课堂并非难事，数字化数学活动是其中的一种形式，顾名思义，在计算机，计算器的支持下它兼有数字化和数学活动两大主要特征。矩阵作用下的图形变化在数学活动方面特征比较明显，若想更丰富的设计这节课，网络是一个很好的突破口。信息和网络进入课堂不只是形式丰富，内容多样，而是课堂的一个变革，甚至说这也是一种课程体系或许也不夸张。不断完善一个活动并不难，而从数字化活动课堂到数字化活动课程到数字化活动课程体系，我们要探索的还很多。活动课程的理论学习，老师们有没有安排到学习日程之内。活动课程的结构是什么，操作体系如何建立。要形成一个数字化系统的完善，在课程改革的过程中，我们能借鉴的不多，大部分要靠自己创新，从一个活动，一节课，不断探索。在数字化数学活动中，一次活动课，活动目的，活动平台，交流方式，反馈机制等等都是要考虑的。在图形变换这个课题的活动中，我深深感到教学过程的设计与以往是很不相同的，更多地考虑为学生的活动搭建一个合适的平台，思考如何为实现学生的知识体验服务。在实施过程中，由于学生的个性化更充分的展现了，老师应如何组织课堂，如何在课堂上发挥指导作用，如何更好的将多样的结果呈现给所有的学生，都是需要思考和解决的问题。因此无论是小到一个数字化数学活动，还是大到一个数字化数学活动系统，无论是在一个课堂上，还是充分的利用的网络及各种媒体，都有很多新问题，需要集思广益，共同探究。

附录 1：

学习主题：平面图形的矩阵变换

华师大二附中　　王明玉

学习目标：

1．知识与技能：1）了解图形变换和坐标变换之间的关系；

2）掌握矩阵作用下平面图形的旋转变换和轴对称变换；

3）掌握与学习主题相关的图形计算器的操作技能。

2．过程与方法：1）体会化归和从特殊到一般的数学思想方法；

2）经历探究问题，解决问题以及交流合作的过程。

3．情感态度与价值观：在互相帮助，合作探索中体验探究的乐趣和成功的自豪。

学习重点

1．平面图形的旋转变换矩阵；

2．平面图形的轴对称变换矩阵。

学习难点：

平面图形的轴对称变换矩阵的探求

学习方法：

探究、讨论。

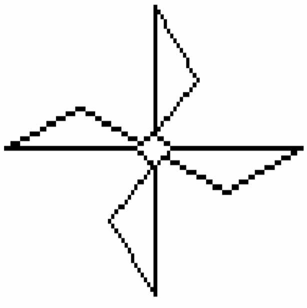
学习工具：

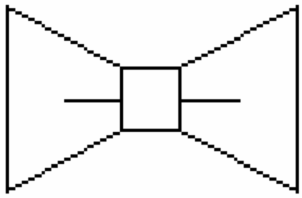
TI83-plus 图形计算器。

学习过程：

问题一：画下列图形还有其他方法吗？

画下列图形是通过将每条线段端点的坐标算出，在图形计算器中描点连线而成，由问题一思考如何结合图形的特征作图。





问题二：点 $p\,(x,y)$ 绕原点旋转 θ 角后的点为 $p'\,(x',y')$，如何用点 p 的坐标表示 p' 的坐标？

$$\begin{cases} x' = x\cos\theta - y\sin\theta \\ y' = x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

初步了解点的旋转与坐标系旋转之间的联系。

问题三：将点 $p\,(x,y)$ 关于 y 轴实施对称变换时，对应的变换矩阵是什么？

初步认识实施轴对称变换时变换矩阵的形式。

问题四：点 $p\,(x,y)$ 关于直线 $y=kx$ 实施轴对称变换时，变换矩阵是什么？

对轴对称变换矩阵的研究从特殊向一般过渡。问题四是本节课的难点，对于该问题的探究可主要从两个角度展开：

角度一：直接探索点 $p\,(x,y)$ 关于直线 $y=kx$ 实施轴对称变换时变换矩阵的形式。

角度二：通过合理的化归，将未知的问题转化为已知的问题来解决。

问题五：（课后探究）

3．点 $p\,(x,y)$ 关于直线 $y=kx+b$ 实施轴对称变换时，变换矩阵是什么？

4．经过矩阵对点的变换，图像还会发生哪些变化？

小结：

数学知识：旋转变换矩阵、轴对称变换矩阵。

数学思想方法：从特殊到一般的思想，化归思想。

情感态度与价值观：体验数学探究过程的乐趣。

附录 2

程序 SAVEA

```
PROGRAM:SAVEA
:AxesOn
:Matr▸list([A]^T,
L1,L2)
:max(L1)→A
:min(L1)→B
:max(L2)→C
:min(L2)→D
```

```
PROGRAM:SAVEA
:min(L2)→D
:If (A+6ΔX-B)/(C
+6ΔY-D)<(4.7/3.1
)
:Then
:4.7*(C-D+6ΔY)/3
.1-(A-B+6ΔX)→T
```

```
PROGRAM:SAVEA
.1-(A-B+6ΔX)→T
:(A+3*ΔX+T/2)→Xm
ax
:(B-3*ΔX-T/2)→Xm
in
:C+3*ΔY→Ymax
:D-3*ΔY→Ymin
```

```
PROGRAM:SAVEA
:D-3*ΔY→Ymin
:Else
:(A-B+6ΔX)*3.1/4
.7-(C-D+6ΔY)→T
:(A+3ΔX)→Xmax
:(B-3ΔX)→Xmin
:(C+3ΔY+T/2)→Yma
```

```
PROGRAM:SAVEA
:(C+3ΔY+T/2)→Yma
x
:(D-3ΔY-T/2)→Ymi
n
:End
:Plot1(xyLine,L1
,L2,·)
```

```
PROGRAM:SAVEA
x
:(D-3ΔY-T/2)→Ymi
n
:End
:Plot1(xyLine,L1
,L2,·)
:DispGraph
```

程序 INPUTC

```
PROGRAM:INPUTC
:{2,2}→dim([C])
:Disp "NOW PLS I
NT C"
:Disp "C(1,1)
:Input N
:N→[C](1,1)
:Disp "C(1,2)"
```

```
PROGRAM:INPUTC
:Disp "C(1,2)"
:Input N
:N→[C](1,2)
:Disp "C(2,1)"
:Input N
:N→[C](2,1)
:Disp "C(2,2)"
```

```
PROGRAM:INPUTC
:Disp "C(2,1)"
:Input N
:N→[C](2,1)
:Disp "C(2,2)"
:Input N
:N→[C](2,2)
:Stop
```

程序 DRAW

```
PROGRAM:DRAW
:AxesOn
:[C]*[A]→[B]
:Matr▸list([A]^T,
L3,L4)
:Matr▸list([B]^T,
L5,L6)
:max(max(max(L3)
```

```
PROGRAM:DRAW
:max(max(max(L3)
,max(L5)),max(L1
))→A
:min(min(min(L3)
,min(L5)),min(L1
))→B
:max(max(max(L4)
```

```
PROGRAM:DRAW
:max(max(max(L4)
,max(L6)),max(L2
))→C
:min(min(min(L4)
,min(L6)),min(L2
))→D
:If (A+6ΔX-B)/(C
```

```
PROGRAM:DRAW
:If (A+6ΔX-B)/(C
+6ΔY-D)<(4.7/3.1
)
:Then
:4.7*(C-D+6ΔY)/3
.1-(A-B+6ΔX)→T
:(A+3*ΔX+T/2)→Xm
```

```
PROGRAM:DRAW
:(A+3*ΔX+T/2)→Xm
ax
:(B-3*ΔX-T/2)→Xm
in
:C+3*ΔY→Ymax
:D-3*ΔY→Ymin
:Else
```

```
PROGRAM:DRAW
:Else
:(A-B+6ΔX)*3.1/4
.7-(C-D+6ΔY)→T
:(A+3ΔX)→Xmax
:(B-3ΔX)→Xmin
:(C+3ΔY+T/2)→Yma
x
```

```
PROGRAM:DRAW
x
:(D-3ΔY-T/2)→Ymi
n
:End
:Plot2(xyLine,L3
,L4,·)
:Plot3(xyLine,L5
```

```
PROGRAM:DRAW
n
:End
:Plot2(xyLine,L3
,L4,·)
:Plot3(xyLine,L5
,L6,·)
:DispGraph
```